На правах рукописи

Вахтин Алексей Александрович

Методы автоматического построения пространственной гранично-элементной сетки на примере решения контактных задач

05,13.18 — Математическое моделирование, численные методы и комплексы программ

Диссертация на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук

Воронеж 2006

ВВЕДЕНИЕ.

Глава 1. Метод граничных элементов в пространственных контактных задачах механики твердых тел.

1.1. Основные положения теории упругости, необходимые для построения различных моделей механики твердых тел.

1.1.1. Условные обозначения.

1.1.2. Сосредоточенные силы в упругом теле.

1.1.3. Тензор перемещения Грина.

1.1.4. Тензор влияния Кельвина.

1.1.5. Решение Миндлина.

1.2. Контактная задача для заглубленного в упругое полупространство абсолютно жесткого штампа произвольной формы.

1.2.1. Постановка задачи.

1.2.2. Граничные интегральные уравнения.

1.2.3. Численное решение.

1.2.4. Упругое полупространство с условиями понижения порового давления.

1.3. Программные средства для решения контактных задач теории упругости методом граничных элементов.

1.3.1. Преимущество метода граничных элементов для решения контактных задач на ЭВМ.

1.3.2. Основные этапы решения контактных задач.

1.3.3. Проблема расширяемости и модификации существующих программ

1.4. Эффективная дискретизация поверхностей при численном решении пространственных контактных задач.

1.4.1. Основные требования к гранично-элементной дискретизации контактных поверхностей.

1.4.2. Гранично-элементное представление контактных поверхностей сложной формы.

1.4.3. Дискретизация осесимметричных поверхностей.

1.4.4. Дискретизация плоских граничных макроэлементов.

1.5. Выводы.

Глава 2. Методы автоматической гранично-элементной дискретизации.

2.1. Гранично-элементные сетки на поверхности конструкций осесимметричного и блочного типа.

2.1.1. Гранично-элементные сетки на осесимметричных конструкциях.

2.1.2. Гранично-элементные сетки на конструкциях блочного типа.

2.2. Методы интерактивного построения гранично-элементной сетки.

2.2.1. Пространственное перемещение вершин.

2.2.2. Добавление новых вершин и граней.

2.2.3. Удаление вершин и граней.

2.2.4. Проверка граничной поверхности на правильность.

2.2.5. Объединение граней.

2.2.6. Дискретизация граней.

2.2.7. Пример интерактивного построения поверхности сложной формы.

2.3. Построение гранично-элементной сетки методом композиций.

2.3.1. Проверка гранично-элементных сеток на замкнутость.

2.3.2. Приведение гранично-элементной сетки к замкнутому виду.

2.3.3. Метод композиций.

2.3.4. Нумерация граничных элементов.

2.3.5. Алгоритм метода композиций.

2.4. Хеш-таблицы для быстрого поиска в алгоритмах построения гранично-элементной сетки.

2.4.1. Хеш-таблица для узлов.

2.4.2. Хеш-таблица для граничных элементов.

2.5. Выводы.

Глава 3. Визуальная среда построения пространственных гранично-элементных сеток и решения контактных задач.

3.1. Программная модель визуальной среды SBEM-Contact.

3.1.1. Структура программы.

3.1.2. Библиотека типов.

3.1.3. Утилиты.

3.2. Утилиты геометрического построения гранично-элементной сетки.

3.2.1. Утилиты генерации гранично-элементной сетки на осесимметричных и блочных конструкциях.

3.2.2. Утилита построения пространственных гранично-элементных сеток методом композиций.

3.2.3. Утилиты корректировки гранично-элементной сетки.

3.3. Утилита решения пространственных контактных задач для абсолютно жесткого штампа заглубленного в упругое полупространство

3.3.1. Форма ввода.

3.3.2. Отображение контактных напряжений на поверхности цветом.

3.4. Проблемы решения системы линейных алгебраических уравнений больших размеров.

3.4.1. Параллельные вычислительные системы.

3.4.2. Алгоритм решения линейно-алгебраических систем больших размеров на кластерах.

3.5. Выводы.

## **Рекомендованный список диссертаций**

## **по специальности «Математическое моделирование, численные методы и комплексы программ», 05.13.18 шифр ВАК**

#### [Метод граничных элементов в контактных задачах для упругих пространственно неоднородных оснований](https://www.dissercat.com/content/metod-granichnykh-elementov-v-kontaktnykh-zadachakh-dlya-uprugikh-prostranstvenno-neodnorodn)

#### 2000 год, доктор технических наук Алейников, Сергей Михайлович

#### [Методы и алгоритмы дискретизации неявно заданных неоднородных геометрических объектов](https://www.dissercat.com/content/metody-i-algoritmy-diskretizatsii-neyavno-zadannykh-neodnorodnykh-geometricheskikh-obektov)

#### 2004 год, кандидат физико-математических наук Фрязинов, Олег Вячеславович

#### [Методы граничных уравнений и сплайн-аппроксимаций в решении статических и динамических задач строительной механики](https://www.dissercat.com/content/metody-granichnykh-uravnenii-i-splain-approksimatsii-v-reshenii-staticheskikh-i-dinamicheski)

#### 1999 год, доктор технических наук Низомов, Джахонгир

#### [Разработка препроцессора подготовки данных для комплексов конечноэлементного моделирования контактных систем](https://www.dissercat.com/content/razrabotka-preprotsessora-podgotovki-dannykh-dlya-kompleksov-konechnoelementnogo-modelirovan)

#### 2003 год, кандидат технических наук Вдовиченко, Антон Александрович

#### [Численное моделирование механических факторов черепно-мозговой травмы](https://www.dissercat.com/content/chislennoe-modelirovanie-mekhanicheskikh-faktorov-cherepno-mozgovoi-travmy)

#### 2005 год, кандидат физико-математических наук Агапов, Павел Игоревич

## **ВВЕДЕНИЕ ДИССЕРТАЦИИ (ЧАСТЬ АВТОРЕФЕРАТА)**

## **на тему «Методы автоматического построения пространственной гранично-элементной сетки на примере решения контактных задач»**

Актуальность темы. Инженеры, ученые и специалисты в области физических наук в настоящее время широко используют численный эксперимент, основанный на приближенном решении уравнений, описывающих физическую задачу. Такой подход к решению физических задач получил широкое развитие с появлением мощных вычислительных машин, которые могли решать инженерные задачи, требующие хранения большого количества данных и проведения значительного объема вычислений.

Одним из первых приближенных методов был метод конечных разностей, в котором разрешающие уравнения задачи аппроксимировались с помощью локальных разложений неизвестных функций в ряды, как правило, в усеченные ряды Тейлора [25, 109]. Метод конечных элементов привлек к себе внимание исследователей тем свойством, что сплошная среда разбивается на ряд элементов, которые можно рассматривать как конкретные ее части. При этом этот метод может основываться как на вариационных принципах, так и на более общих выражениях метода взвешенных невязок. Диапазон задач, решаемых данным методом весьма широк, и включает в себя вопросы расчета конструкций, течения жидкости и другие виды задач [28, 60]. Другим важным направлением методов приближенного анализа было развитие смешанных принципов (вариационные методы), когда физические задачи можно выражать и решать самыми различными способами в соответствии с видом используемых аппроксимаций уравнений. Эти аппроксимации имеют основополагающее значение при машинной реализации различных численных методов [31, 84]. Методы интегральных уравнений по началу рассматривались как некий тип аналитического метода, несвязанный непосредственно с приближенными методами. Благодаря работам Н. И. Мусхелишвили, С. Г. Михлина, В. Д. Купрадзе [73, 84, 86] и др. эти методы стали использоваться главным образом в механике жидкости и задачах общей теории потенциала.

В начале 1970-х гг. последние достижения в формулировке конечных элементов начали обнаруживать их связь с формулировкой граничных интегральных уравнений и привели к появлению обобщенных криволинейных элементов. В 1970 году К. Бреббия исследовал связь различных приближенных методов с граничными интегральными уравнениями и впервые применил термин «Метод граничных элементов» [28]. Развитие сравнительно нового направления, основанного на гранично-интегральных уравнениях [5, 16, 66], позволяет решать современные проблемы физико-математического моделирования. В настоящее время наблюдается интенсивное развитие метода граничных элементов и применение его для приближенных решений различных задач в области теории потенциала, теплопроводности, теории упругости, механики жидкости, вязкопла-стичности и т. п. [1-11, 16, 28, 33-42, 122-129].

Решение физических задач методом граничных элементов в общем случае сводится к трем основным этапам: подготовка данных к расчетам (препроцессор), численное решение физических задач (процессор) и вывод результатов расчета в виде иллюстраций и таблиц {постпроцессор). Разбиение численной реализации решения на три этапа обусловлено тем, что каждый из указанных этапов может рассматриваться и решаться отдельно, заостряя внимание лишь на характере начальных и полученных результатов. Иными словами, средства реализации гранично-элементных сеток могут быть получены без конкретного представления о численной реализации решения контактной задачи, или наоборот - разрабатывать гранично-элементные методики решений, не заостряя внимание на алгоритмах и методах получения гранично-элементной сетки.

Вместе с тем в настоящее время актуальными остаются вопросы реализации алгоритмов метода граничных элементов в виде комплексов проблемно-ориентированных программ для проведения вычислительных экспериментов. Отсутствуют соответствующие гранично-элементные алгоритмы и программные средства. Все существующие программы (COSMOS, ЛИРА, FEMMODELS, SCAD, ANSYS, ZSOIL, PLAXIS и др.) основаны на конечноэлементном методе [20]. До сих пор остается актуальной задача построения пространственной гранично-элементной сетки сложной формы. Иногда для геометрического моделирования и дискретизации пространственных поверхностей используют существующие программные средства (AutoCAD, CREDO, SCAD и др.) [17, 18, 58, 61, 66]. Но это не решает проблемы, так как задача построения гранично-элементной сетки с желаемыми качествами по-прежнему требует соответствующих навыков и тщательного труда (например, необходимо отслеживать соблюдение единого правила обхода узлов, а также отсутствие пересечений и перекрытий элементов) [61, 93, 94]. Кроме того, для реализации методов поиска наилучших (оптимальных) решений возникает существенная необходимость в алгоритмах генерации гранично-элементной сетки с меньшими затратами счетного времени [5]. Все это обуславливает актуальность темы исследования.

Диссертация выполнена на кафедре программирования и информационных технологий Воронежского государственного университета в соответствии с планом госбюджетных научно-исследовательских работ по теме: «Разработка и совершенствование алгоритмов, моделей и средств решения контактных задач теории упругости и строительной механики методом граничных элементов».

Цель и задачи исследования. Разработка эффективных методов и алгоритмов автоматической гранично-элементной дискретизации пространственных поверхностей сложной формы, обеспечивающих качественную подготовку данных к расчету.

Для достижения поставленной цели сформулированы следующие задачи исследования:

• Рассмотреть существующие методы пространственной гранично-элементной дискретизации, применяемые в решении физических задач.

• Разработать методы и алгоритмы построения пространственной гранично-элементной сетки для поверхностей сложной формы.

• Разработать и реализовать эффективные программные средства для пространственной гранично-элементной дискретизации (препроцессор).

• Произвести апробацию полученных результатов на примере решения пространственных контактных задач для абсолютно жестких штампов заглубленных в упругое однородное полупространство.

Методы исследования. При выполнении диссертационной работы применялись: дискретная математика и теория множеств, теория графов, численные методы интегрирования, алгебра матриц, аналитическая геометрия, современные методы и технологии программирования (Delphi, ООП, COM, OpenGL).

Научная новизна работы: В диссертационной работе получены следующие результаты, характеризующиеся научной новизной:

• Разработан метод композиций для геометрических объектов, характерной новизной которого является сведение композиции к логическим операциям над двоичными кодами. Это позволяет быстро найти любое решение с любым количеством геометрических объектов.

• Разработан алгоритм построения пространственной гранично-элементной сетки методом композиций геометрических объектов, гранично-элементное разбиение которых тривиально или уже известно. В отличие от метода фрагментальной дискретизации в новом методе не требуется аналитического представления поверхности.

• Разработаны методы хеширования узлов и граничных элементов для сокращения времени выполнения алгоритмов построения пространственных гранично-элементных сеток. Хеширование узлов и граничных элементов является дополнительным улучшением реализации существующих или разрабатываемых методов гранично-элементной дискретизации.

• Разработано программное средство (SBEM-Contact) предназначенное для автоматической подготовки данных к проведению вычислительного эксперимента (гранично-элементная дискретизация). Реализация SBEM-Contact основывалась на технологии СОМ, что предоставляет возможность расширения и модификации программного продукта путем разработки и реализации новых методов гранично-элементной дискретизации без перекомпиляции и изменений всей программы, что не применяется в большинстве программ.

На защиту выносятся.

• Метод композиций для построения гранично-элементных сеток на конструкциях сложной формы путем объединения, вычитания и/или пересечения геометрических объектов, поверхность которых аппроксимирована ансамблем граничных элементов.

• Методы интерактивного построения поверхностей состоящих из набора плоских многоугольников путем добавления, удаления или пространственного перемещения вершин и дискретизации полученной поверхности на граничные элементы.

• Методы хеширования узлов и граничных элементов для сокращения времени выполнения алгоритмов построения пространственных гранично-элементных сеток.

• Программное средство построения пространственной гранично-элементной сетки и решения контактных задач (SBEM-Contact) на основе компонентно-объектной модели, что предоставляет возможность расширения программного средства при расширении диапазона решаемых задач путем реализации и подключения новых утилит без перекомпиляции и изменений всей программы.

Научная новизна работы: В диссертационной работе получены следующие результаты, характеризующиеся научной новизной:

• Разработан метод композиций для геометрических объектов, характерной новизной которого является сведение композиции к логическим операциям над двоичными кодами. Это позволяет быстро найти любое решение с любым количеством геометрических объектов.

• Разработан алгоритм построения пространственной гранично-элементной сетки методом композиций геометрических объектов, гранично-элементное разбиение которых тривиально или уже известно. В отличие от метода фрагментальной дискретизации в новом методе не требуется аналитического представления поверхности.

• Разработаны методы хеширования узлов и граничных элементов для сокращения времени выполнения алгоритмов построения пространственных гранично-элементных сеток. Хеширование узлов и граничных элементов является дополнительным улучшением реализации существующих или разрабатываемых методов гранично-элементной дискретизации.

• Разработано программное средство (SBEM-Contact) предназначенное для автоматической подготовки данных к проведению вычислительного эксперимента (гранично-элементная дискретизация). Реализация SBEM-Contact основывалась на технологии СОМ, что предоставляет возможность расширения и модификации программного продукта путем разработки и реализации новых методов гранично-элементной дискретизации без перекомпиляции и изменений всей программы, что не применяется в большинстве программ.

Практическая значимость. Результаты работы могут быть использованы для повышения эффективности работы существующих и разработке новых систем моделирования процесса вычислительного эксперимента основанного на методе граничных элементов. Полученные простые и эффективные алгоритмы построения пространственной гранично-элементной сетки обладают свойством минимальных затрат счетного времени, что позволяет использовать их в решении задач поиска наилучшей (оптимальной) геометрической формы рассчитываемой поверхности. Разработанное программное средство построения пространственной гранично-элементной сетки и решения контактных задач (SBEM-Contact) можно рекомендовать проектным или научноисследовательским организациям в качестве препроцессора для вычислительных экспериментов.

Аппробация работы. Основные результаты работы доложены на всероссийской конференции «Прикладная геометрия, построение расчетных сеток и высокопроизводительные вычисления» (г. Москва, ВЦ РАН, 2004 г.), международной научной конференции «Образование, наука, производство и управление в XXI веке» (С. Оскол, СОТИ, 2004 г.), конференции международной школы-семинара «Современные проблемы механики и прикладной математики» (г. Воронеж, 2005 г.), международной научной конференции «Современные проблемы прикладной математики и математического моделирования» (г. Воронеж, 2005 г.), научных конференциях профессорско-преподавательского состава и научных работников ВГУ, 2001 - 2005 гг.

Публикации. По теме диссертационной работы опубликовано 16 работ, в том числе 15 статей и патент Государственного фонда алгоритмов и программ РФ.

Структура и объем работы. Диссертационная работа изложена на 151 страницах, включает 5 таблиц, 39 рисунков, 4 определения и 5 утверждений с доказательствами. Состоит из введения, трех глав, заключения, списка литературы из 129 наименований и 8 приложений.

## **Похожие диссертационные работы**

## **по специальности «Математическое моделирование, численные методы и комплексы программ», 05.13.18 шифр ВАК**

#### [Применение технологии NURBS к созданию трехмерных компьютерных моделей для численного анализа начально-краевых задач](https://www.dissercat.com/content/primenenie-tekhnologii-nurbs-k-sozdaniyu-trekhmernykh-kompyuternykh-modelei-dlya-chislennogo)

#### 2007 год, кандидат физико-математических наук Минкин, Александр Сергеевич

#### [Определение и учет сингулярных составляющих в задачах теории упругости](https://www.dissercat.com/content/opredelenie-i-uchet-singulyarnykh-sostavlyayushchikh-v-zadachakh-teorii-uprugosti)

#### 2000 год, доктор физико-математических наук Глушкова, Наталья Вилениновна

#### [Динамика слоистых сред с произвольно расположенными неоднородностями](https://www.dissercat.com/content/dinamika-sloistykh-sred-s-proizvolno-raspolozhennymi-neodnorodnostyami)

#### 1999 год, доктор физико-математических наук Ляпин, Александр Александрович

#### [Методы и алгоритмы автоматизации принятия решений на этапе конструкторского проектирования бортовой космической радионавигационной аппаратуры с учётом тепловых и механических нагрузок](https://www.dissercat.com/content/metody-i-algoritmy-avtomatizatsii-prinyatiya-reshenii-na-etape-konstruktorskogo-proektirovan)

#### 2010 год, кандидат технических наук Боголюбов, Данила Александрович

#### [Реализация и анализ вычислительных схем МКЭ при моделировании электромагнитных полей в сложных областях](https://www.dissercat.com/content/realizatsiya-i-analiz-vychislitelnykh-skhem-mke-pri-modelirovanii-elektromagnitnykh-polei-v-)

#### 2006 год, доктор технических наук Рояк, Михаил Эммануилович

## **ЗАКЛЮЧЕНИЕ ДИССЕРТАЦИИ**

## **по теме «Математическое моделирование, численные методы и комплексы программ», Вахтин, Алексей Александрович**

3.5. Выводы

В третьей главе получены следующие результаты:

• Разработано и реализовано программное средство (SBEM-Contact) предназначенное для автоматической подготовки данных к проведению вычислительного эксперимента (гранично-элементная дискретизация).

• Реализация SBEM-Contact основывалась на технологии СОМ, что предоставляет возможность расширения и модификации программного продукта путем разработки и реализации новых методов гранично-элементной дискретизации без перекомпиляции и изменений всей программы, что не применяется в большинстве программ.

• Реализованы методы и алгоритмы пространственной гранично-элементной дискретизции рассмотренные в второй главе.

• Для аппробации полученных результатов реализованы численные методы решения пространственной контактной задачи для абсолютно жесткого штампа заглубленного в упругое полупространство под действием внешних статических нагрузок.

Разработаны методы градиентной закраски расчитываемой поверхности в соответствии с полученными контактными напряжениями. Рассмотрены методы решения системы линейных уравнений больших размеров и на базе метода Гаусса разработан соответствующий алгоритм для многопроцессорных суперкомпьютеров и кластеров.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В ходе работы были получены следующие основные результаты: Разработаны методы интерактивного построения поверхностей состоящих из набора плоских многоугольников путем добавления, удаления или пространственного перемещения вершин и дискретизации полученной поверхности на граничные элементы.

Разработан алгоритм автоматического построения гранично-элементных сеток на конструкциях сложной формы путем объединения, вычитания и/или пересечения геометрических объектов, поверхность которых аппроксимирована ансамблем граничных элементов.

Разработаны методы хеширования узлов и граничных элементов для сокращения времени выполнения алгоритмов построения пространственных гранично-элементных сеток.

Разработано программное средство построения пространственной гранично-элементной сетки и решения контактных задач (SBEM-Contact) на основе компонентно-объектной модели, что предоставляет возможность расширения программного средства при расширении диапазона решаемых задач путем реализации и подключения новых утилит без перекомпиляции и изменений всей программы.

Проведена апробация полученных результатов на примере решения контактной задачи для заглубленного в упругое полупространство абсолютно жесткого штампа испытывающего действие пространственной системы нагрузок.

## **СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ ДИССЕРТАЦИОННОГО ИССЛЕДОВАНИЯ**

## **кандидат физико-математических наук Вахтин, Алексей Александрович, 2006 год**

1. Абросимов Н. А., Баженов В. Г. Нелинейные задачи динамики композитных конструкций: Монография. Нижегород. гос. ун-т им. Н.И.Лобачевского. - Н. Новгород: Изд-во Нижегород. гос. ун-та, 2002. - 399 с.

2. Адлуцкий В. Я. Вычисление коэффициентов интенсивности напряжений в угловых точках плоского тела прямым методом граничных элементов. // сб. науч. тр. Компьютерные методы в задачах прикладной математики и механики. Киев: НАН Украины, 1998. - С. 4 - 10.

3. Айзикович С. М. Контактные задачи теории упругости для неоднородных сред: автореферат дис. д-ра физ.-мат. наук: 01.02.04 / Ростов, гос. ун-т; науч. консультанты: В.М. Александров, А.В. Белоконь. Ростов н/Д: Б.и., 2003. - 32 с.

4. Алейников С. М. Метод граничных элементов в контактных задачах для упругих пространственно неоднородных оснований. М.: АСВ, 2000 - 754 с.

5. Алейников С. М, Бахтин А. А. Генерация пространственных гранично-элементных сеток для осесимметричных фундаментных конструкций. // Тез. докл. науч.-тех. конф. Новосибирск: НГАСУ, 2004. - Вып. 61. - С. 91 - 92.

6. Алейников С. М, Бахтин А. А. Гранично-элементная дискретизация плоских областей в пространстве. // Мат. per. науч.-мет. конф. Информатика: проблемы, методология, технологии. Воронеж: ВГУ, 2004. - Вып. 4. - С. 6 - 9.

7. Алейников С. М., Бахтин А. А., Тюкачев Н. А. Алгоритмы построения пространственных гранично-элементных сеток. // Мат. per. науч.-мет. конф. Информатика: проблемы, методология, технологии. Воронеж: ВГУ, 2004. -Вып. 4.-С.9- 11.

8. Александров В. М, Чебаков М. И. Аналитические методы в контактных задачах теории упругости. М.: Физматлит, 2004. - 301 с.

9. Александров В. М, Пожарский Д. А. Неклассические пространственные задачи механики контактных взаимодействий упругих тел. М.: Факториал, 1998.-288 с.

10. Алехин В. В., Аннин Б. Д., Коробейников С. Н. Численное решение нелинейных осесимметричных задач с учетом контактных взаимодействий. // Межвуз. сб. науч. тр. Прикладные задачи механики сплошных сред. Воронеж: ВГУ, 199.-С. 21-28.

11. Ахо А., Хопкрофт Дж., Ульман Дж. Построение и анализ вычислительных алгоритмов: пер. с англ. М.: Мир, 1979. - 536 с.

12. Баженов В. А., Оробей В. Ф.,Дащенко А. Ф., Коломиец Л. В. Строительная механника. Специальный курс. Применение метода граничных элементов. -Одесса: Астропринт, 2001. 207 с.

13. Баранов Л. В. Актуальные вопросы технологии современных САПР. // Тр. всероссийской конф. Прикладная геометрия, построение расчетных сеток ивысокопроизводительные вычисления. М.: ВЦ РАН, 2004. - Т. 2 -С. 131-142.

14. Басов К. A. ANSYS в примерах и задачах. / Под общ. ред. Д. Г. Красковского. М.: Компьютер-Пресс, 2002. - 224 с.

15. Безволев С. Г. Программные средства для проектирования фундаментных плит и перекрестных лент. // Промышленное и гражданское строительство. -2003. -№ 1.-С. 39-40.

16. Березанцев В. Г., Ксенофонтов А. И., Платонов Е. В., Сидоров Н. Н., Яро-шенко В. А. Механика грунтов, основания и фундаменты. Под ред. д. т. н. проф. Березанцева В. Г. М.: ТРАНСЖЕЛДОРИЗДАТ, 1961. - 340 с.

17. Берж К. Теория графов и ее применения: пер. с французского. М.: изд-во иностранной литературы, 1962. - 320 с.

18. Бобылев А. А. Применение вариационного метода к решению задачи о контактном взаимодействии упругой полуплоскости с жестким штампом. // сб. науч. тр. Компьютерные методы в задачах прикладной математики и механики. Киев: НАН Украины, 1998. - С. 19 - 24.

19. Богданов П., Попов М. Еда и кластеры на скорую руку. // Компьютерра. -2002. № 5 (430). С. 31 - 33.

20. Боголюбов А.Н., Красилъникова А.В., Минаев Д.В., Свешников А.Г. Метод конечных разностей для решения задач синтеза волноведущих систем. // Математическое моделирование. М.: РАН, 2000. - Т. 12, № 1 - С. 13-24.

21. Боровиков С. П. Использование апприорной геометрической информации для уменьшения вычислений с применением арифметики повышенной точности при построении трехмерных триангуляций. // Математическое моделирование. М.: РАН, 2000. - Т. 12, № 2 - С. 40 - 48.

22. Боровиков С. Н. Проблемы построения трехмерной триангуляции Делоне для тел с криволинейной границей. // Математическое моделирование. М.: РАН, 2000. - Т. 12, № 2 - С. 49 - 60.

23. Бреббия К., Теллес Ж., Вроубел Л. Методы граничных элементов: пер. с англ. М.: Мир, 1987. - 524 с.

24. Бреховских JT. М., Гончаров В. В. Введение в механику сплошных сред: В приложении к теории волн / АН СССР, отд-е океанолог., физ. атмосф. и геогр. -М.: Наука, 1982.-335 с.

25. Букатов А. А.,Дацюк В. Н., Жегуло А. И. Программирование многопроцессорных вычислительных систем. Ростов-на-дону.: ЦВВР, 2003. - 208 с.

26. Васидзу К. Вариационные принципы в теории упругости и пластичности. -М.: Мир, 1987.-542 с.

27. Васик Е. В., Ковура А. Б. К решению контактной задачи для упругой полуплоскости с учетом пригрузки. // сб. науч. тр. Компьютерные методы в задачах прикладной математики и механики. Киев: НАН Украины, 1998. - С. 24 -27.

28. Бахтин А. А. Автоматизация построения гранично-элементных сеток для решения статических задач теории упругости. // Мат. междун. науч. конф. образование, наука, производство и управление в XXI веке. С. Оскол: СОТИ, 2004.-Т. I.-C. 274-278.

29. Бахтин А. А. Алгоритмы автоматического моделирования многогранников. // Межвузовский сб. науч. тр. Математическое обеспечение ЭВМ. Воронеж: ВГУ, 2002. - Вып. 4. - С. 27 - 31.

30. Бахтин А. А. Генерация гранично-элементной сетки на поверхностях осесимметричных конструкций. // Мат. per. науч.-мет. конф. Информатика: проблемы, методология, технологии. Воронеж: ВГУ, 2004. - Вып. 4. -С. 48-52.

31. Бахтин А. А. Генерация пространственных сеток для решений контактных задач методом граничных элементов. // Мат. науч.-практ. семинара Новые информационные технологии. М.: Российская академия естественных наук, 2004.-Вып. 7.-С. 110-118.

32. Бахтин А. А. Метод композиций для гранично-элементной дискретизации. // Науч.-техн. Журнал Системы управления и информационные технологии. -Воронеж: Научная книга, 2005. № 4 (21) - С. 66 - 71.

33. Бахтин А. А. Метод композиций для построения пространственных гранично-элементных сеток. // Мат. междун. науч. конф. Современные проблемы прикладной математики и математического моделирования. Воронеж: ВГТА, 2005.-С. 54.

34. Бахтин А. А. Препроцессор гранично-элементного программного комплекса для решения задач геотехники. // Науч.-техн. журнал Системы управления и информационные технологии. Воронеж: Научная книга, 2003. — 1-2(12) -С. 68-72.

35. Бахтин А. А. Программный пакет автоматизированного твердотельного проектирования. // Мат. per. науч.-мет. конф. Информатика: проблемы, методология, технологии. Воронеж: ВГУ, 2003. - Вып. 3 - С. 29 - 32.

36. Верещагин Н. К., Шень А. Лекции по математической логике и теории алгоритмов. Часть 1. Начала теории множеств. М.: МЦНМО, 1999. - 128 с.

37. Вервейко Н. Д., Смотрова О. А. Предельное напряженно-деформированное состояние связной сыпучей среды. // Межвуз. сб. науч. тр. Прикладные задачи механики сплошных сред. ВоронежЖ ВГУ, 1999. - С. 71 - 76.

38. Воеводин В. В. Численные методы алгебры (теория и алгоритмы). М.: Наука, 1966.-248 с.

39. Воеводин В. В., Воеводин В. В. Параллельные вычисления. СПб.: БХВ, 2002. - 600 с.

40. Ворович И. И., Александров В. М, Бабешко В. А. Неклассические смешанные задачи теории упругости. М.: Наука, 1974. - 455 с.

41. Виленкин Н. Я. Комбинаторика. М.: Наука, 1969. - 328 с.

42. Галлагер Р. Метод конечных элементов: Основы / пер. с англ. Картвели-швили В. М. под ред. Баничука Н. В. М.: Мир, 1984. - 428 с.

43. Гантер Д., Барнет С., Гантер Л. Интеграция Windows NT и Unix в подлиннике. СПб.: BHV, 1998. -464 с

44. Гардан К, Люка М. Машинная графика и автоматизация конструирования: пер. с франц. М.: Мир, 1987. - 272 с.

45. Гибилман Е. Е., Назратенко Б. П. Мосты и сооружения на дорогах. М.: Транспорт, 1972. - Ч. I - 408 с.

46. Годунов С. К. Элементы механики сплошной среды. М.: Наука, 1978. -304 с.

47. Голуб Д., Ванлоун Ч. Матричные вычисления: Пер. с англ. М.: Мир, 1999. - 548 с.

48. Горностаев А. В. Строительство зданий и сооружений в районах распространения вечномерзлых грунтов. // Монтаж и спец. работы в строительстве. -2002.-№ 12.-С. 14-19.

49. Донченко М, Рябенький М. Особенности использования программных средств для модификации AutoCAD. // CAD master. 2004. - № 5. - С. 10-15.

50. Дорошенко А. Е. Математические модели и методы организации высокопроизводительных параллельных вычислений. Киев: Наукова думка, 2002. -180 с.

51. Зенкевич О. Метод конечных элементов в технике: Пер. с англ. М.: Мир, 1976.-545 с.

52. Зуев С., Полещук Н. САПР на базе AutoCAD как это делается. - Спб.: БХВ, 2004.- 1168 с.

53. Ивлев Д. Д. Теория предельного состояния и идеальной пластичности: избранные работы. Воронеж: ВГУ, 2005. - 357 с.

54. Ильина О. Н. Стратегии устойчивого развития систем автоматизированного проектирования в строительстве. // Промышленное и гражданское строительство. 2003. -№ 7. - С. 51.

55. Ильина В. А., Силаев 77. К. Численные методы для физиков-теоретиков. -М.-Ижевск: Ин-т комп. иссл., 2003. Ч. I. - 132 с.

56. Каплун А. Б., Морозов Е. М, Олферьева М. A. ANSYS в руках инженера: Практическое руководство. М.: УРСС, 2003. - 269 с.

57. Ковнеристов Г. Б. Интегральные уравнения контактной задачи теории упругости для заглубленных штампов // Сб. научн. тр. Киев: Киевский инж.-строит. ин-т, 1962. - Вып. 20. - С. 200-213.

58. Корнишин М. С., Паймушин В. Н., Снигирев В. Ф. Вычислительная геометрия в задачах механики оболочек. М.: Наука, 1989. - 208 с.

59. Коробкин В. Д. Статически определимые поля напряжений осесимметрич-ной задачи теории пластичности. // Межвуз. сб. науч. тр. Прикладные задачи механики сплошных сред. Воронеж: ВГУ, 1999. - С. 143 - 148.

60. Кузнецов О. П., Андельсон-Вельский Г. М. Дискретная математика для инженера. М.: Энергия, 1980. - 344 с.

61. Купрадзе В. Д. Граничные задачи теории колебаний и интегральные уравнения. М.: Гостехиздат, 1950. - 280 с.

62. Ландау JI.Д., Лифшиц Е. М. Механика сплошных сред. — 2-е изд., перераб. и доп. — М.: Гос. изд-во техн.-теорет. литературы, 1954. 795 с.

63. Ласло М. Вычислительная геометрия и компьютерная графика на С++: пер. с англ. М.: БИНОМ, 1997. - 304 с.

64. Лацис А. О. Как построить и использовать суперкомпьютер. М.: Бестел-лер, 2003.-238 с.

65. Лисов В. М. Мосты и трубы: учеб. пособие. Воронеж: ВГУ, 1995. 328 с.

66. Ломазов В. А. Задача диагностики упругих полуограниченных тел. // Прикладная математика и механика. 1989. - Т. 53. - Вып. 5. - С. 766 - 772.

67. Максимова Л. А. К задаче о вдавливании штампа в идеальнопластическую среду. // Межвуз. сб. науч. тр. Прикладные задачи механики сплошных сред. -Воронеж: ВГУ, 1999. С. 164 - 168.

68. Малинин Н. Н. Кто есть кто в сопротивлении материалов / Под ред. Данилова В. Л. М.: Изд-во МГТУ, 2000. - 244 с.

69. Мейз Дж. Теория и задачи механики сплошных сред / Пер. с англ. Свешниковой Е. И.; Под ред. Эглит М.Э. М.: Мир, 1974. - 318с.

70. Михайленко К. Параллельный стиль. // Компьютерра. 2002. № 5 (430). -С. 28-30.

71. Михлин С. Г. Вариационные методы в математической физике. М.: Наука, 1970.-512 с.

72. Морозов Е. М. Контактные задачи механики разрушения. М.: Машиностроение, 1999. - 543 с.

73. Мусхелишвили Н. И. Некоторые основные задачи математической теории упругости. М.: Мир, 1966. - 707 с.

74. Немнюгин С. А., Стесик О. Л. Параллельное программирование для многопроцессорных вычислительных систем. СПб.: БХВ-Петербург, 2002. -400 с.

75. Ниман Т. Сортировка и поиск: Рецептурный справочник: Пер. с англ. М.: Мир, 1998.-50 с.

76. Новацкий В. Теория упругости. М.: Мир, 1975. - 872 с.

77. Ортега Дж. Введение в параллельные и векторные методы решения линейных систем: пер. с англ. М.: Мир, 1991. - 367 с.

78. Пальянов П. Повышение эффективности проектных работ на основе информационных технологий. // CAD master. 2004. - № 5. - С. 58 - 60.

79. Погорелое А. В. Изгибания поверхностей и устойчивость оболочек / Нац. АН Украины, Физико-техн. ин-т низких температур .— 2-е изд., доп. — Киев: Наукова Думка, 1998 .— 199 с.

80. Погорелое В. AutoCAD: трехмерное моделирование и дизайн. Спб.: БХВ, 2003. - 288 с.

81. Потемкин А. Трехмерное твердотельное моделирование. М.: КомпьютерПресс, 2002. - 296 с.

82. Препапа Ф., Шеймос М. Вычислительная геометрия. Введение: пер. с англ.- М.: Мир, 1989. 478 с.

83. Пресняков Н. И. Экономическая эффективность и систематотехника проектирования виртуальных объектов строительства. // Промышленное и гражданское строительство. 2003. - № 7. - С. 49 - 50.

84. Райан Д. Инженерная графика в САПР: пер. с англ. М.: Мир, 1989. -391 с.

85. Розин JI. А. Задачи теории упругости и численные методы их решения. -СПб.: СПбГТУ, 1998. 532 с.

86. Рофейл Э., Шохауд Я. СОМ и СОМ+. Полное руководство: пер. с англ. -Киев: ВЕК+, 2000. 560 с.

87. Саргсян А. Е. Сопротивление материалов, теории упругости и пластичности: Основы теории с примерами расчетов: Учебник для студ. вузов, обуч. по техн. специальностям. 3-е изд., испр. - М.: Высшая школа, 2002. - 285 с.

88. Таненбаум Э. Архитектура компьютера. 4-е изд. СПб.: Питер, 2002. -704 с.

89. Таненбаум Э. Современные операционные системы. 2-е изд. СПб.: Питер, 2002.- 1040 с.

90. Тимошенко С. П., Гудьер Дж. Теория упругости / Пер. с англ. М.И. Рейт-мана, под ред. Г.С. Шапиро. 2-е изд. - М.: Наука: Физматлит, 1979. - 560 с.

91. Трощиев В.Е., Шагалиев P.M. Проблема совмещения конечно-разностных и конечно-элементных схем в задачах газовой динамики с теплопроводностью. // Математическое моделирование. М.: РАН, 2000. - Т. 12, № 1 - С. 4 - 11.

92. Тюкачев Н. А., Свиридов Ю. Т. Delphi 5. Создание мультимедийных приложений. М.: Нолидж, 2000. - 384 с.

93. Уилкинсон Р. Справочник алгоритмов на языке АЛГОЛ. Линейная алгебра: пер. с англ. М.: Машиностроение, 1976. - 389 с.

94. Фаддеев, Д. К, Фаддеева В. Н. Вычислительные методы линейной алгебры. 3-е изд., стер. - СПб.: Лань, 2002. - 733 с.

95. Хармон Э. Разработка СОМ-приложений в среде Delphi: пер. с англ. М.: Вильяме, 2000. - 464 с.

96. ХЛ.Хаусдорф Ф. Теория множеств: пер. с нем. М.: УРСС, 2004. - 304 с.

97. Чигарев А. В. Стохастическая и регулярная динамика неоднородных сред / Под ред. Е.И.Шемякина. Минск: Технопринт, 2000. - 425 с.

98. Шемякин Е. И. Введение в теорию упругости: Учеб. пособие. М.: Изд-во МГУ, 1993.-95 с.

99. Шишов О. В. Контактная задача для осесимметричных заглубленных штампов. // Сопротивление материалов и теория сооружений. Киев: Буди-вельник, 1971.-Вып. 13-С. 60-66.

100. Cisilino А. P., Alibadi М. Н. A boundary element method for three-dimensional elastoplastic problems. // Engineering Computations. 1998. - № 8 - P. 1011 — 1030.

101. Dell'Erba D. N., Aliabadi M. H., Rooke D. P. Dual boundary element method for three-dimensional thermoelastic crack problems. I I International Journal of Fracture. 1998. - № 1 - P. 89 - 101.

102. Frangi A. Fracture propagation in 3D by the symmetric Galerkin boundary element method. // International Journal of Fracture. 2002. -№4-P. 313- 330.

103. Leontiev A., Huacasi W., Herskovits J. An optimization technique for solution of the signorini problem using the boundary element method. // Structural and Multid-isciplinary Optimization. 2002. - № 1 - P. 72 - 77.

104. Minch M. Y., Dmochowski G. Boundary element method analysis of RC panels. // тезисы докладов XVI Междун. конф. Математическое моделирование в механике деформируемых тел. Методы граничных и конечных элементов. Т. 1 -СПб.: СПбГАСУ, 1998. С. 21 - 22.

105. Podil'chuk Yu. N., Rubtsov Yu. К. Development of the boundary-element method for three-dimensional problems of static and nonstationary elasticity. // International Applied Mechanics 2004. - № 2. - P. 160 - 168.

106. Shi Jun Ping, Liu Xie Hui, Chen Yi Heng A complex variable boundary element method for solving interface crack problems. // International Journal of Fracture. -1999.-№ 2-P. 167- 178.